

# Poznawalność Pewnych Własności Języków w Kontekście Algorytmicznej Wyuczalności

Dariusz Kalociński

Instytut Filozofii, Uniwersytet Warszawski

## Abstract

Przyjmujemy, że ludzki umysł potrafi wykonywać oczywiste elementarne kroki obliczeniowe, podobnie jak maszyny Turinga. Zakładając, że umysł nie przejawia nierekurencyjnych zachowań, uzasadniamy tezę, według której poznawalność jest utożsamiona z algorytmiczną wyuczalnością. Powiemy, że funkcja (częściowa)  $f$  jest algorytmicznie wyuczalna, jeśli istnieje algorytm  $g$ , który dla dowolnego wejścia  $x$  generuje ciąg hipotez  $g_0(x), g_1(x), \dots, g_n(x), \dots$  o granicy równej  $f(x)$ , o ile  $f$  jest określona dla argumentu  $x$ , w przeciwnym zaś razie ciąg ten jest rozbieżny. Pojęcie wyuczalności można też zdefiniować dla zbiorów. Intuicyjny sens przyjętego pojęcia poznawalności jest następujący: umysł na drodze poznania posługuje się techniką prób i błędów. Hipoteza, która na danym etapie wydaje się uzasadniona, może okazać się błędna w obliczu nowych informacji. Poznanie oznacza, że umysł kiedyś odgadnie właściwą hipotezę i będzie się jej trzymał w przyszłości.

Wybieramy przykładową własność języków z lematu o pompowaniu dla języków regularnych. Niech  $R(e, c)$  oznacza, że  $c$  jest stałą pompowania dla języka  $W_e$ . Korzystając z faktu, że funkcja jest wyuczalna dokładnie wtedy, gdy jej grafik jest  $\Sigma_2^0$ , wykazujemy, że funkcja przyporządkowująca językowi  $W_e$  najmniejsze  $c$  takie, że  $R(e, c)$ , nie jest poznawalna. Funkcja ta jest jednak poznawalna z wyrocznią  $0'$  i - co widać z dowodu - poznawalna, pod warunkiem że umysł ma dostęp do procedury decyzyjnej języka wejściowego. Korzystając z faktu, że relacje wyuczalne są dokładnie  $\Delta_2^0$ , pokazujemy, że relacja  $R(e, c)$  też nie jest poznawalna, ponieważ jest  $\Pi_2^0$ -zupełna.

## References

- [1] Cutland, N.: *Computability, An Introduction to Recursive Function Theory*. Cambridge University Press (1980)
- [2] Gold, E.M. *Limiting Recursion*. J. Symb. Log. 30, 28–48 (1965)
- [3] Hopcroft, J.E., Ullman, J.D.: *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*. Addison-Wesley (1979)
- [4] Putnam, H.: *Trial and Error Predicates and the Solution to a Problem of Mostowski*. J. Symb. Log. 30, 49–57 (1965)
- [5] Shoenfield, J.R.: *Recursion theory*. Lecture Notes in Logic, vol.1, Springer-Verlag, Berlin (1993)